

Liceo Scientifico Statale "Enrico Fermi"
Prova comune di Matematica, classi terze
Anno Scolastico 2015/16

Classe: 3 _____ Nome e cognome: _____

27/04/2016

Indica nella griglia seguente i problemi svolti (due problemi tra P1, P2 e P3) e quesiti svolti (tre quesiti tra Q1, Q2, Q3, Q4, Q5, Q6, Q7)

Problema n° ...	Problema n°...	Quesito n° ...	Quesito n° ...	Quesito n°...
-----------------	----------------	----------------	----------------	---------------

Svolgi due problemi a scelta tra P1, P2 e P3

P1	<p>Dato il fascio di rette di equazione $(4k + 1)x - (k + 2)y - 3k + 1 = 0$ determina:</p> <p>a) le caratteristiche del fascio</p> <p>b) le rette che passano per i punti dell'asse y che hanno distanza dall'origine uguale a 2</p> <p>c) la retta parallela a quella passante per i punti A(1,-3) e B(2,1)</p> <p>d) per quali valori di k le rette formano con il semiasse positivo delle x un angolo minore di 45°</p> <p>e) i valori di k per cui le rette del fascio intersecano il segmento AB e quelli per cui intersecano il segmento AP con P(0,-2).</p>
P2	<p>Dopo aver determinato l'equazione della circonferenza Γ passante per A(1,2) e B(-1,-2) il cui centro appartiene alla retta di equazione $3x - y - 14 = 0$ (e verificato che si ottiene $x^2 + y^2 - 8x + 4y - 5 = 0$):</p> <p>a) scrivi le equazioni delle rette tangenti alla circonferenza in A e B e verifica che il loro punto di intersezione T appartiene all'asse del segmento AB</p> <p>b) stabilisci per quali valori di k la retta $y = 2x - k$ è esterna, tangente o secante rispetto alla circonferenza</p> <p>c) scrivi l'equazione della circonferenza simmetrica di Γ rispetto alla bisettrice del primo e terzo quadrante</p> <p>d) determina l'equazione della circonferenza circoscritta al triangolo ABT</p>
P3	<p>Scrivi le equazioni delle parabole con vertice V(3,-1), passanti per il punto P(4,0). (Indica con γ la parabola con asse parallelo all'asse delle ordinate)</p> <p>a) Verificato che la parabola ottenuta risulta $y = x^2 - 6x + 8$, determina l'equazione</p>

della parabola γ' simmetrica di γ rispetto alla retta di equazione $y = 2$.

b) Detti A e B i punti di intersezione delle due parabole (con $x_A < x_B$) e V' il vertice di γ' , stabilisci la natura del quadrilatero AVBV' e calcolane perimetro e area.

c) Scrivi l'equazione della retta tangente in A alla parabola γ' .

d) Scrivi le equazioni delle rette tangenti a γ' condotte dal punto R(1,5).

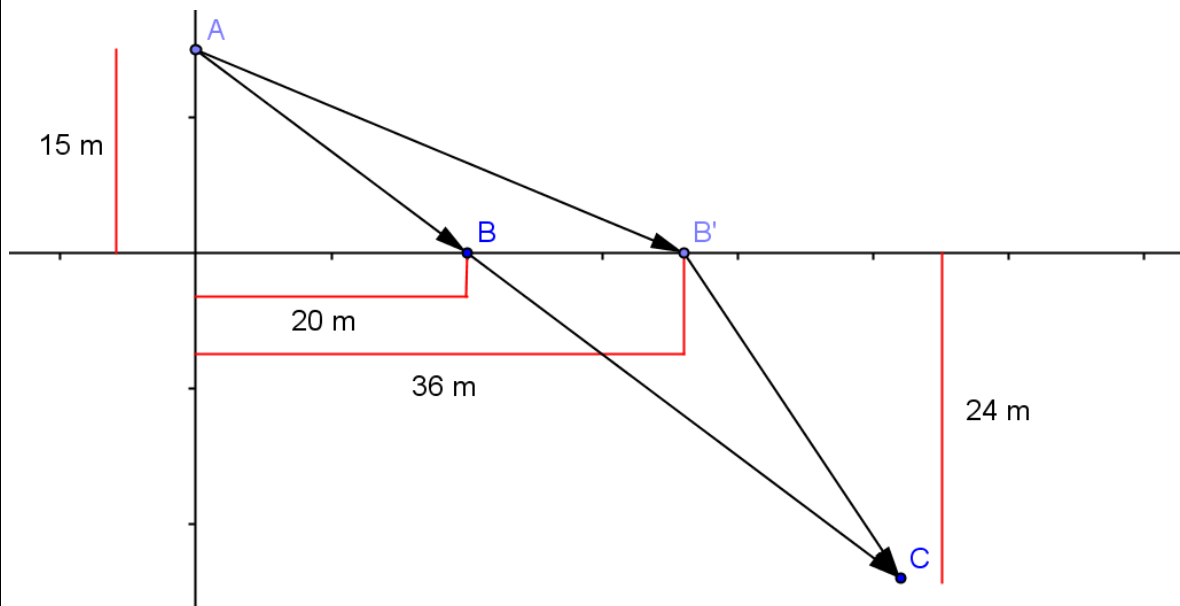
Risolvi TRE quesiti a scelta tra i seguenti sei:

Q1

Un salvataggio tempestivo. Per aiutare un bagnante in difficoltà (punto C), due bagnini, partendo entrambi nello stesso momento dal punto A, decidono di adottare due diverse strategie: il primo corre sulla spiaggia e nuota direttamente verso C, entrando in acqua nel punto B; il secondo decide di entrare in acqua nel punto B', compiendo il percorso AB'C. entrambi corrono a una velocità di 3 m/s e nuotano a una velocità di $\frac{\sqrt{13}}{2}$ m/s .

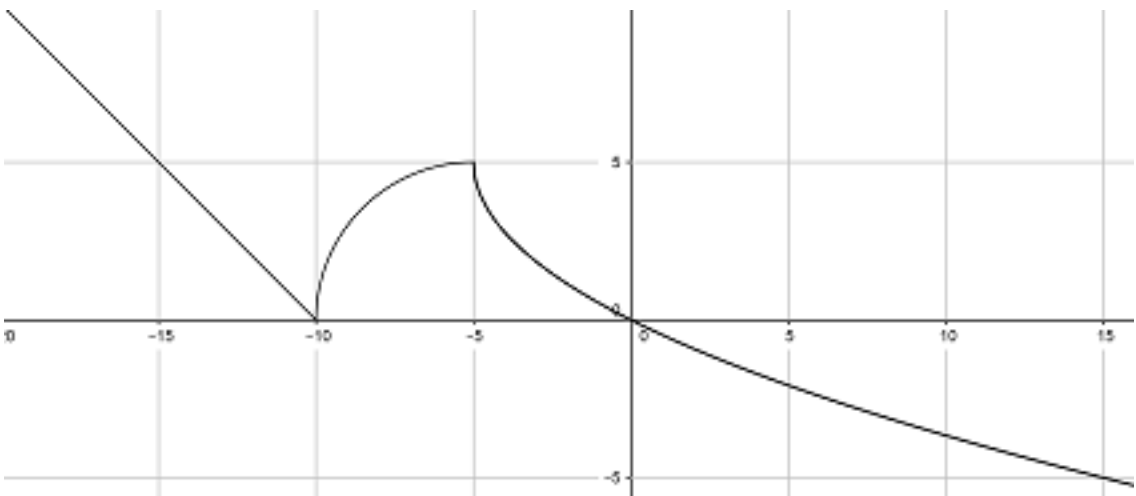
a. Calcola le coordinate di C nel riferimento in figura.

b. Quale delle due strategie comporta il percorso più breve? Quale consente di arrivare prima al bagnante?



Q2

Un rombo ha centro nel punto P(2,-2); due suoi vertici consecutivi hanno coordinate (-1,1) e (1,-3). Scrivi un sistema che rappresenti i punti interni al rombo.

<p>Q3</p>	<p>a. Traccia il grafico della funzione $y = x^2 + x^2 - x - 1$</p> <p>b. Calcola l'area del segmento parabolico di base AB dove A e B sono rispettivamente l'intersezione della funzione data con l'asse y e con il semiasse positivo delle x.</p> <p>Determina il dominio della funzione $f(x) = \sqrt{x^2 + x^2 - x } - 1$</p>
<p>Q4</p>	<p>Risolvere algebricamente e graficamente la disequazione</p> $1 + \sqrt{5 - x^2} \geq x $
<p>Q5</p>	 <p>a. Trova l'espressione analitica della funzione $f(x)$ di cui è dato il grafico</p> <p>b. Traccia il grafico della funzione $g(x) = f(2x) - 3$</p>
<p>Q6</p>	<p>E' data la funzione $f(x) = \frac{ 2x^3 - x + x^2}{ 3x - 1 - 3 - x }$. Determina:</p> <ol style="list-style-type: none"> il suo dominio; le intersezioni con gli assi; il suo intervallo di positività
<p>Q7</p>	<p>Scrivere l'equazione dell'ellisse, riferita al centro e agli assi, sapendo che l'eccentricità è $\frac{\sqrt{2}}{2}$, che la somma dei quadrati delle misure dei semiassi è uguale</p>

a 15 e che i fuochi stanno sull'asse x.
 Determina poi i vertici dei rettangoli inscritti nell'ellisse che abbiano area uguale a $8\sqrt{3}$.
 Determina l'equazione della retta tangente all'ellisse nei vertici dei rettangoli trovati appartenenti al primo quadrante

Durata della prova: 175 minuti (8.15-11.10 in sede centrale; 8.05-11.00 in sede associata).

È consentito l'uso della calcolatrice scientifica non programmabile.

Non scrivere nulla nella tabella sottostante.

	P1	P2	P3	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	totale	voto
Punti	29	29	29	14	14	14	14	14	14	14	100	

Il punteggio viene attribuito in base alla correttezza e completezza della risoluzione dei vari problemi/quesiti, nonché alle caratteristiche dell'esposizione (chiarezza, ordine, struttura). **La sufficienza si ottiene con il punteggio minimo di 60 punti.**