Liceo Scientifico Statale “Enrico Fermi”
Prova comune di Matematica, classi terze
Anno Scolastico 2014/15

Classe : 3____ Nome e cognome: ____________________________________ 31/03/2015

Risolvi entrambi i problemi P1 e P2

P1

È dato il fascio $\mathscr{F}$ di rette di equazione $\mathscr{F}$: $(4k+2)\,x+(k-1)\,y-8-7k=0$.

a) Classifica il fascio $\mathscr{F}$ e trovane le caratteristiche principali (ossia stabilisci se esso è proprio o improprio, trovane le generatrici r_1 e r_2,...). Rappresenta le generatrici.

b) Sia r la retta del fascio passante per $A(1;0)$ e s la retta del fascio passante per $B(4;3)$; determina per quali valori di k, se esistono, otteniamo dall’equazione del fascio la retta r e determina per quali valori di k, se esistono, otteniamo dall’equazione del fascio la retta s. Rappresenta le rette r e s.

c) Determina per quali valori di k otteniamo dall’equazione del fascio la retta n perpendicolare alla retta u passante per A e B.

d) Determina per quali valori di k le rette del fascio intersecano il segmento AB.

e) Determina l’equazione della parabola $\mathscr{P}$ (con asse parallelo all’asse *y*) tangente in A alla retta r e passante per B; trovane il vertice V e rappresentala.

f) Verifica che la retta s è tangente alla parabola in B; di’, <u>senza fare alcun conto</u>, per quali valori di k le rette del fascio intersecano la parabola $\mathscr{P}$? La risposta va giustificata.

P2

Considera le funzioni $y=f(x)=k+\sqrt{21+4x-x^2}$ e $y=g(x)=|x-1|+h$.

a) Determina il valore del parametro reale k in modo tale che l’immagine di 5 attraverso f sia 1.

b) Determina il valore del parametro reale h in modo tale che una controimmagine di 2 attraverso g sia −2.

c) Utilizzando qui e nel séguito i valori dei parametri trovati in precedenza, rappresenta i grafici di f e g.

d) Utilizzando i grafici ottenuti in precedenza, determina l’insieme delle soluzioni della disequazione $f(x)>g(x)$.

e) Trova l’equazione della retta t tangente al grafico di f nel suo punto P di ascissa −1 e rappresentala.

f) Determina l’area della regione finita di piano delimitata dal grafico della funzione g e dalla retta t.

Risolvi TRE quesiti a scelta tra i seguenti cinque:

Q1

Marco si reca in viaggio di istruzione a Praga e vuole cambiare 100 euro (€) in corone ceche (kc). Marco ha visto che in quel giorno il <u>tasso di cambio ufficiale</u> è 1 € = 27.20 kc.
In banca gli propongono le seguenti condizioni: viene applicata una commissione fissa di 150 kc e viene utilizzato quale <u>tasso di cambio effettivo</u> il tasso di cambio ufficiale diminuito dell’1.25%.
Al servizio cambio dell’albergo gli propongono le seguenti condizioni: non viene applicata alcuna commissione fissa e il tasso di cambio effettivo utilizzato è 1 € = 25.50 kc.

1. Dove gli conviene cambiare? Giustifica la risposta.
2. Quanti euro avrebbe dovuto cambiare affinché le due possibilità (cambio in banca o in albergo) risultassero equivalenti?
3. Determina in generale quante corone (= *y*) si ottengono cambiando *x* euro in entrambi i casi (ossia cambio in banca o in albergo); rappresenta i grafici delle due funzioni così ottenute (nb: non devi usare un sistema necessariamente monometrico, ossia puoi avere due diverse unità di misura sugli assi cartesiani) e stabilisci quando è più conveniente il cambio in banca.

Approssima con due decimali i valori che troverai nel caso abbiamo un numero di decimali maggiore.

Q2

Considera la funzione $y=h(x)=\left|\dfrac{1}{x+a}-2\right|$ con a parametro reale.

1. Determina il valore di a in modo tale che il dominio di h sia $\mathbb{R}\setminus\{-3\}$.
2. Utilizzando il valore di a trovato in precedenza, rappresenta il grafico di h a partire dal grafico di $y=\dfrac{1}{x}$ e utilizzando un’opportuna sequenza di trasformazioni geometriche.
3. Discuti l’equazione $h(x)=k$, ossia stabilisci quante soluzioni ha tale equazione nell’incognita x al variare del parametro reale k.

Q3

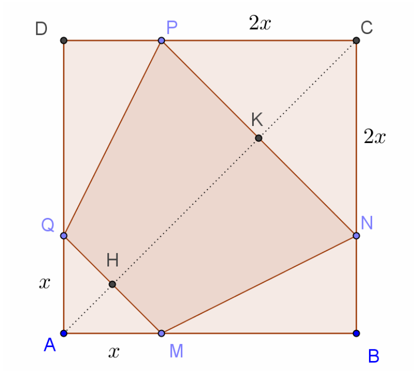
Considera la circonferenza γ: $x^2+y^2+2x+4y-11=0$ e la famiglia di curve $\Gamma_k: x^2+y^2+2kx-2y+k^2=0$ con k parametro reale.

1. Dimostra che per ogni valore di k la curva Γ_k è una circonferenza non degenere.
2. Determina per quali valori di k, se esistono, le circonferenze γ e Γ_k sono tangenti esternamente e per quali valori di k, se esistono, le circonferenze γ e Γ_k sono tangenti internamente.

Q4

E' dato un quadrato $ABCD$ di lato 1. Considera sui lati AB, AD, BC, CD rispettivamente i punti M, Q, N, P tali che: $\overline{AM}=\overline{AQ}=x$ e $\overline{NC}=\overline{PC}=2\cdot\overline{AM}$.

1. Dimostra che il quadrilatero $MNPQ$ è un trapezio isoscele.
2. Esprimi in funzione di x l'area di $MNPQ$ e determina per quale valore di x tale area è massima; calcola il valore massimo di tale area.



Q5

Considera la curva di equazione $\mathcal{C}$: $x^2+y^3+6x+8=0$.

1. Determina, se esistono, assi di simmetria paralleli all'asse delle *y* per la curva $\mathcal{C}$.
2. Stabilisci se la curva $\mathcal{C}$ è il grafico di una funzione (la risposta va motivata).

Durata della prova: 2 ore (8.15-10.15 in sede centrale; 8.05-10.05 in sede associata).
Indicare nella griglia seguente i quesiti svolti.

Problema n° 1	*Problema n°2*	*Quesito n° ....*	*Quesito n° ....*	*Quesito n°........*

	P1	P2	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	totale	voto
Punti	16.5	16.5	9	9	9	9	9	60	

Il punteggio viene attribuito in base alla correttezza e completezza della risoluzione dei vari quesiti, nonché alle caratteristiche dell'esposizione (chiarezza, ordine, struttura). **La sufficienza si ottiene con il punteggio minimo di 30 punti.**