

Liceo Scientifico Statale "Enrico Fermi"

PROVA COMUNE DI MATEMATICA CLASSI QUARTE

Anno Scolastico 2014/15

Classe :4[^] _____ Nome e Cognome _____

Risolvi i seguenti problemi

P1	<p>Date una circonferenza di raggio r e una sua corda AB a distanza $\frac{r}{2}$ dal centro O, determinare un triangolo AMB con vertice M sul maggiore dei due archi AB, porre $\widehat{AMB} = x$ e rispondere ai seguenti quesiti:</p> <p>a) determinare x in modo che risulti $\overline{AM} + \overline{MB} = 2 \cdot \overline{AB}$;</p> <p>b) verificato che si ottiene $x = \frac{\pi}{3}$, in corrispondenza del valore trovato, sia dato un punto C su AM tale che $AC = r$; determinare la lunghezza del segmento BC;</p> <p>c) posto $r = 1$, determinare la funzione $f(x) = \overline{AM} + \overline{MB}$ e, verificato che si ottiene $y = 2\sqrt{3}\text{sen}\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$, tracciarne il grafico evidenziando l'intervallo cui si riferisce il problema e identificare il valore di x per cui si ottiene il valore massimo.</p>
P2	<p>Dato l'insieme di funzioni definite da $f(x) = h + k \arcsin(x+1)$</p> <p>a) Ricava per quali valori di k e h $f(0) = \frac{\pi}{4}$ e $f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{\pi}{12}$.</p> <p>b) Avendo ricavato $h = -\frac{\pi}{4}; k = 1$, rappresenta graficamente la funzione $y = f(x)$ e la funzione $y = f(x)$</p> <p>c) Indica dominio e codominio delle funzioni rappresentate</p> <p>d) Risolvi la disequazione $f(x) \geq 0$ e verificala anche da un punto di vista grafico.</p>

Risolvi TRE quesiti a scelta tra i seguenti cinque:

Q1	<p>a) Risolvi prima in \mathbb{R} e poi in \mathbb{C}:</p> $(x^4 - 4)(x^4 + 27ix) = 0$ <p>b) Rappresenta il luogo geometrico dei punti del piano che soddisfano il seguente sistema</p> $\begin{cases} 1 < z < 2 \\ z - 2 = 2 \end{cases} \quad \text{dove } z \text{ è un numero complesso.}$
----	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Q2	<p>a) Nel piano xOy considera i punti A(1; -2) e B(-3;3). Ricava il trasformato A' di A in una rotazione $r(O; \frac{\pi}{2})$ di centro O e angolo $\frac{\pi}{2}$ e il trasformato B' di B in una rotazione $r'(O; -\frac{\pi}{2})$ di centro O e angolo $-\frac{\pi}{2}$.</p> <p>b) Determina l' equazione della retta A'B' e ricava l' angolo che essa forma con la retta OP dove P è il punto medio di AB.</p> <p>c) Scrivi poi la trasformazione che si ottiene nella composizione $r \circ s_p$ dove s_p è la simmetria centrale avente per centro di simmetria il punto P.</p>
Q3	<p>Sono date le funzioni $f(x) = \log(2^{2x+1} - 3 \cdot 2^x + 1)$ e $g(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x-1) - \log_2 x + 1$.</p> <p>Determina il dominio di $f(x)$, di $g(x)$ e della funzione $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$.</p>
Q4	<p>Risolvi in $[0; 2\pi]$:</p> <p>a) $\begin{cases} \text{sen} x - \cos x - 1 \leq 0 \\ 3\text{sen}^2 x - 2\sqrt{3}\text{sen} x \cos x - 3\cos^2 x > 0 \end{cases}$</p> <p>b) $\frac{1 - \text{sen} x}{\cos x} > 2 - \text{tg} x$</p>
Q5	<p>a) Verifica che tutte le iperboli di equazione $y_m = \frac{2mx+1}{mx+2}$ passano per uno stesso punto C di cui si richiedono le coordinate.</p> <p>b) Considera poi l'iperbole che si ottiene per m=1 e disegna la curva.</p> <p>c) Individua la traslazione che le fa corrispondere l'iperbole di equazione $xy = k$ e trova il valore di k.</p>

Durata della prova: 2 ore

Indicare nella griglia seguente i problemi/quesiti svolti

	P1	P2	Q....	Q.....	Q.....	totale	voto
Punti	35	23	14	14	14	100	

Il punteggio viene attribuito in base alla correttezza e completezza della risoluzione dei vari quesiti, nonché alle caratteristiche dell' esposizione (chiarezza, ordine, struttura). **La sufficienza si ottiene con il punteggio minimo di 60/100**