

Durata della prova: 3 ore

Alunno/a

Classe : 3[^] sez. (questo foglio va riconsegnato)

Risolvi il problema **P1** e **UNO** dei due problemi proposti (**P2 o P3**) e **TRE** dei sei quesiti proposti.

PROBLEMI

P1	<p>Dato, in un sistema di riferimento cartesiano Oxy, il fascio di rette di equazione</p> $(2k + 1)x - 4ky + 3 + 2k = 0 \quad (k \in \mathbb{R})$ <p>dopo aver verificato che si tratta di un fascio proprio determina</p> <ol style="list-style-type: none"> a) il centro C del fascio e le rette generatrici; b) la retta del fascio parallela alla retta di equazione $x - 2y = 3$ e la retta perpendicolare alla retta $5x - y = 0$; c) la retta r del fascio perpendicolare alla bisettrice del II/IV quadrante; detto A il punto d'intersezione di r con la bisettrice del II/IV quadrante, trova l'area del triangolo ACO, essendo O l'origine degli assi; d) per quali valori di k le rette del fascio intersecano il segmento di estremi AO; e) le equazioni delle bisettrici degli angoli formati dalle rette CO e AC.
P2	<p>Considera un sistema di riferimento cartesiano Oxy:</p> <ol style="list-style-type: none"> a) Scrivi l'equazione della circonferenza λ tangente nell'origine O degli assi alla retta $t: 3x - 4y = 0$ e il cui centro appartiene alla retta di equazione $y = 3x + 13$. b) Verificato che λ ha equazione $x^2 + y^2 + 6x - 8y = 0$, detto A il punto in cui la circonferenza interseca l'asse delle ascisse (diverso da O) e B il punto in cui interseca l'asse delle ordinate, determina l'equazione della retta s tangente alla circonferenza nel suo punto B. c) Determina le coordinate del punto P intersezione delle rette t e s e calcola l'area del triangolo ABP. d) Dato il fascio di rette di equazione $(k + 1)x - y + 6k = 0 \quad (k \in \mathbb{R})$ determina per quali valori di k le rette del fascio incontrano il segmento BC, dove C è il punto della circonferenza λ di ascissa $x = -7$ e ordinata maggiore, e per quali valori di k le rette del fascio distano $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ dal centro della circonferenza λ.
P3	<p>Considera un sistema di riferimento cartesiano Oxy:</p> <ol style="list-style-type: none"> a) Scrivi l'equazione della parabola Γ passante per $A(4,0)$ e tangente in O alla retta di equazione $y = -4x$. Disegna ed indica con V il vertice. b) Verificato che l'equazione di Γ sia $y = x^2 - 4x$ determina l'equazione della tangente t a Γ perpendicolare alla retta di equazione $x - 2y + 6 = 0$ e le coordinate del punto di tangenza T. c) Sia D l'ulteriore punto di intersezione (oltre O) tra Γ e la bisettrice 1° e 3° quadrante, calcola perimetro e area del triangolo ODT. d) Dato il fascio di rette di equazione: $kx + (k + 1)y - 2k = 0 \quad (k \in \mathbb{R})$, determina per quali valori di k le rette del fascio intersecano l'arco di parabola VD e per quale k la retta del fascio è parallela a t.

QUESTIONARIO

Q1 Dati i punti $A(-2;1)$ e $B(4;1)$, determina l'equazione cartesiana del luogo geometrico γ dei punti $P(x; y)$ del piano per i quali risulta che $\frac{AP}{BP} = 2$. Rappresenta il luogo γ trovato nel piano cartesiano Oxy .

Q2 Date le funzioni $f(x) = \sqrt{4-x^2}$ e $g(x) = \frac{x}{|x|} \sqrt{2|x|-x^2}$

- a) traccia i grafici di f e g in uno stesso piano cartesiano Oxy ;
- b) determina il perimetro e l'area della regione finita di piano delimitata dai loro grafici.

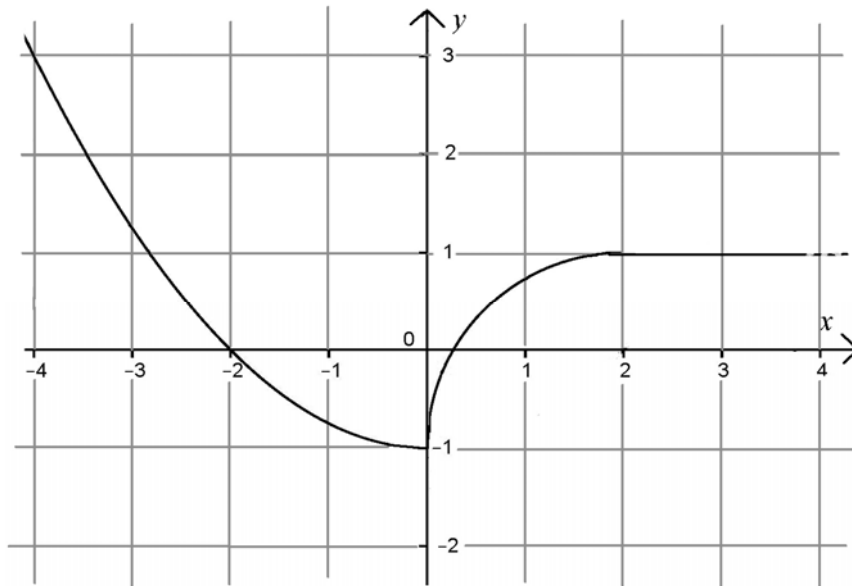
Q3 Considera i triangoli ABC e $A'B'C'$, di vertici $A(1; -2)$, $B(-1; 1)$ e $C(3; -2)$ e $A'(2; 0)$, $B'(h; k)$ e $C'(\ell; 0)$. Determina, se possibile, i valori di h, k e ℓ in modo che A', B', C' siano rispettivamente i corrispondenti di A, B, C :

- a) in una simmetria centrale (di cui si chiedono le equazioni);
- b) in una traslazione di vettore $\vec{v}(a;b)$ (di cui si chiedono le componenti a e b).

Q4 Risolvi con metodo algebrico: A. $\frac{\sqrt{2x+4}-x}{|x|(3-|x+2|)} \geq 0$ e B. $\begin{cases} (x^3+1)(x^4+2) \leq 0 \\ -2|4-x^2|\sqrt{-x} \geq 0 \end{cases}$

Q5 Considerato il seguente grafico di una funzione $f : D \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ determina:

- a) Dominio, Codominio e segno della funzione
- b) L'espressione analitica della funzione
- c) Eventuali restrizioni agli insiemi di definizione e d'arrivo che rendano la funzione invertibile.



Q6 Risolvi con metodo grafico: A. $\sqrt{\frac{1}{2}x+2} \geq 3x-2$ e B. $\sqrt{x} = |x-6|$

Indica nella griglia il problema svolto e i quesiti svolti.

Problema n° 1	Problema n° _	Quesito n° _	Quesito n° _	Quesito n° _	Totale	Voto in decimi
Punti/35	Punti .../35	Punti .../10	Punti .../10	Punti .../10	Punti .../100	

Il punteggio viene attribuito in base alla correttezza e completezza nella risoluzione dei quesiti, nonché alle caratteristiche dell'esposizione (chiarezza, ordine, struttura). La sufficienza viene attribuita con 60/100 punti.

Buon lavoro!