

PROVA COMUNE DI MATEMATICA CLASSI QUARTE Anno Scolastico 2013/14

Classe :4[^] _____ Nome e Cognome _____

Risolvi i seguenti problemi

P1

Nella semicirconferenza di centro O e diametro $\overline{AB} = 2$ è inscritto il trapezio isoscele non degenere ABCD. Costruisci il triangolo equilatero CDE il cui vertice E appartiene al semipiano non contenente O. Posto $\widehat{BOC} = x$:

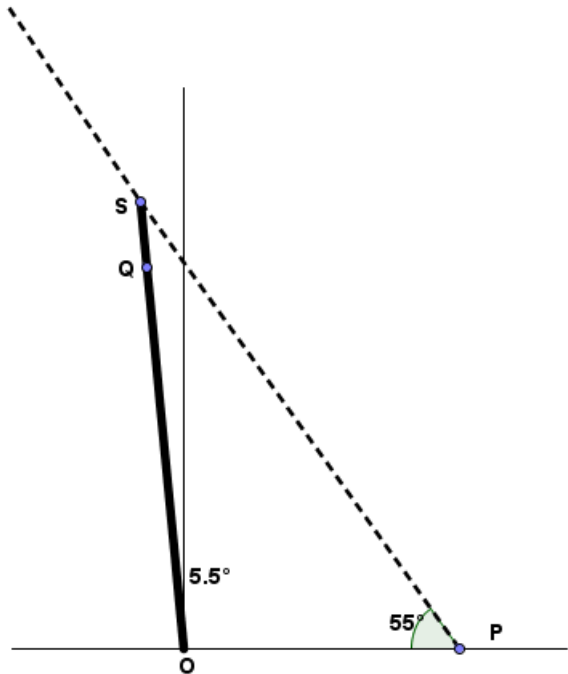
a) esprimi l'area $s(x)$ del quadrilatero OCED verificando che vale

$$s(x) = \frac{\sqrt{3}}{2} + \text{sen}\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$$

b) rappresenta la funzione rispetto ad un sistema di assi cartesiani ortogonali xOy mettendo in evidenza l'arco di curva che si riferisce ai limiti geometrici del problema

c) determina per quali valori di x risulta $\frac{\sqrt{3}}{2} < s(x) < \sqrt{3}$.

P2



La torre di Pisa ha una inclinazione di 5.5° rispetto alla verticale. Quando il sole la colpisce con una inclinazione di 55° rispetto al suolo (vedi figura) l' ombra OP è lunga 33.6m.

Quanto misura la torre ?

La parte più alta della torre, detta torre campanaria, è alta circa 8m (SQ=8m).

Ricava l' angolo \widehat{SPQ} sotto il quale viene vista tale parte dal punto P

P3

Tra le affinità di equazioni $f: x = ax + by + 1$ e $g: y = cx + dy - 1$ determina quella che trasforma il segmento AB, con A(1,0) e B(2,1), nel segmento A'B', con A'(5,2) e B'(6,9).

- Studia tale affinità ed individua gli eventuali punti uniti.
- Data la circonferenza di centro C(1,1) e raggio r = 1, trova l'equazione della circonferenza trasformata.

Risolvi TRE quesiti a scelta tra i seguenti cinque (Q5a e Q5b sono in alternativa):

Q1

Risolvi in C:

a) $2z^2 + 2(1+i)z - i = 0$

b) $|z| = z + |i - z|$

Q2

Risolvi in R :

a) $\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^{x-1} - \frac{3}{2}}{\sqrt{(0.1)^{x^2-3} - 10^{2x}}} < 0$

b) $\begin{cases} \frac{\log_{\sqrt{2}}(2x-3)}{x-4} \geq 0 \\ \log_6|x| > 1 \end{cases}$

Q3

Data la funzione $f(x) = \arccos\left|\frac{x-1}{x}\right| + \sqrt{\arctg(x-2)}$

- Determina il dominio di $f(x)$
- Calcola $f(2)$
- Calcola per quali valori dei parametri h e k il grafico della funzione $g(x) = 2h + k \cdot \arccos\sqrt{x+2}$ interseca quello di $f(x)$ nel punto di ascissa 2 e passa per il punto di coordinate $(6, \frac{\pi}{6})$.

Q4

- Date le due iperboli di equazione:

$$Y \quad y = \frac{4}{x} \quad \text{e} \quad Y' \quad y = \frac{4x-12}{2-x}$$
- Rappresentale graficamente.
- Le due curve si corrispondono in una simmetria centrale ω_C di cui puoi dedurre il centro C . Scrivi le equazioni della trasformazione. Verifica che in tale trasformazione Y' è il trasformato di Y
- Le due curve si corrispondono anche in una traslazione ω_v di cui puoi dedurre le equazioni. Verifica che anche in tale trasformazione Y' è il trasformato di Y
- Ricava e riconosci la trasformazione $\omega_C \circ \omega_v$.

N.B. lo studente sceglia tra i due quesiti di statistica sottostanti quello adeguato alla sua preparazione.

Q5a

Il peso di un tipo di insetti segue la distribuzione di Gauss. La media risulta di 32.0g e la deviazione standard di 3.6g. Ricava qual è la probabilità che un insetto abbia un peso :

- maggiore di 42.8g
- maggiore di 24.8g

Se il numero di insetti esaminati nel campione è di 5380, quanti di loro avevano un peso compreso tra 28.4g e 35.6g ?

Livello confidenza (1- α)	68,27%	80%	90%	95%	95,45%	99%	99,74%	99,99%
Valori di $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$	1	1,28	1,645	1,96	2	2,576	3	3,29

Q5b

Date le due grandezze X e Y riportate nella seguente tabella:

x_i	10	15	30	40	55	60
y_i	4	12	36	52	76	84

- Rappresenta in un diagramma cartesiano i dati;
- Determina il baricentro della distribuzione;
- Determina la retta di regressione della variabile Y rispetto alla variabile X e tracciala nel precedente diagramma;
- Determina il coefficiente di correlazione e commenta il risultato ottenuto.

Durata della prova: 3 ore
Indicare nella griglia seguente i problemi/quesiti svolti

	P1	P2	P3	Q....	Q.....	Q.....	totale	voto
Punti	25	15	15	15	15	15	100	

Il punteggio viene attribuito in base alla correttezza e completezza della risoluzione dei vari quesiti, nonché alle caratteristiche dell'esposizione (chiarezza, ordine, struttura). **La sufficienza si ottiene con il punteggio minimo di 60/100**