

Prova comune di Matematica classi terze
Anno Scolastico 2012/13

Classe : Nome e cognome:
3^ _____

Risolvi il problema 1 e uno a scelta tra il problema 2 e il problema 3

P1

- Dato il fascio di rette $(7+k)x - (6-k)y - 13k = 0$,
 - descrivi le caratteristiche del fascio;
 - ricava per quale valore di k la retta del fascio è parallela alla retta di equazione $x = 2$;
 - ricava per quali valori di k le rette del fascio intersecano il semiasse positivo delle x ;
 - scrivi l'equazione della retta r del fascio perpendicolare alla retta che passa per $P(3; -5)$ e $Q(-6; 7)$.
- Sia poi Γ la circonferenza tangente ad r nel suo punto A di ascissa 2 e che ha centro C sull'asse delle x . Scrivi l'equazione di Γ .
- Siano B e D gli estremi del diametro sull'asse delle x con $x_B < x_D$. Scrivi l'equazione della retta t tangente a Γ in D e indica con F il suo punto di intersezione con la retta r .
- Calcola l'area del quadrilatero $DCAF$.
- Dimostra che tale quadrilatero è inscritto in una circonferenza e ricava l'equazione della circonferenza γ circoscritta al quadrilatero.

Rappresenta graficamente tutti gli elementi ricavati.

P2

- Scrivi l'equazione della retta r passante per il punto L di intersezione delle rette $s: y - 4x - 8 = 0$ e $g: 10y + 2x - 17 = 0$ e per il punto $C(-1; 1)$.
- Sia \mathcal{P} la parabola con asse di simmetria parallelo all'asse delle y , tangente ad r nel suo punto T di ascissa 1 e passante per $A(4; 0)$; determina l'equazione di \mathcal{P} .
- Sia poi B l'ulteriore intersezione di \mathcal{P} con l'asse delle ascisse.
- Ricava le coordinate dei punti P della parabola che con A e B formano un triangolo di area 6.

Rappresenta graficamente tutti gli elementi ricavati.

P3

- Considera la curva \mathcal{C} di equazione $x^2y + x^2 - 6xy - 6x + 8y + 7 = 0$. Dimostra che la curva possiede un asse di simmetria s parallelo all'asse delle y del quale si richiede l'equazione.
- Sia \mathcal{C}' l'immagine di \mathcal{C} ottenuta mediante la traslazione di vettore \vec{v} di componenti $(-3; +2)$; determina l'equazione della curva \mathcal{C}' .
- Fa' vedere che la curva \mathcal{C}' è il grafico di una funzione
$$h: \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{R}$$
$$x \mapsto y = h(x)$$
 di cui si chiede l'espressione analitica e, dopo aver fatto vedere che $h(x) = \frac{x^2}{x^2 - 1}$, determina il dominio \mathcal{D} della funzione h e il codominio $\mathcal{C}\mathcal{D}$ (inteso come insieme delle immagini) e mostra che h non è né iniettiva, né suriettiva.
- Determina una funzione $g: A \subseteq \mathcal{D} \rightarrow B \subseteq \mathbb{R}$ avente la stessa espressione analitica di h e che sia invertibile; in accordo alla tua scelta, scrivi l'equazione della funzione inversa $y = g^{-1}(x)$.

Risolvi TRE quesiti a scelta tra i seguenti cinque:

Q1

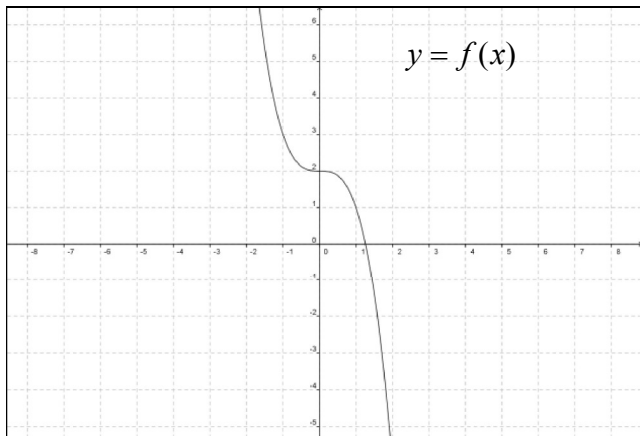
Risolvi in \mathbb{R} la seguente disequazione $\frac{1-x^2}{\sqrt{x^2-2x+x-3}} \leq 0$

Q2

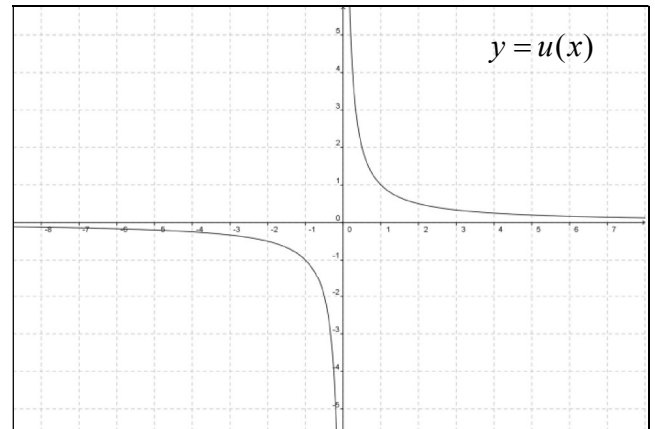
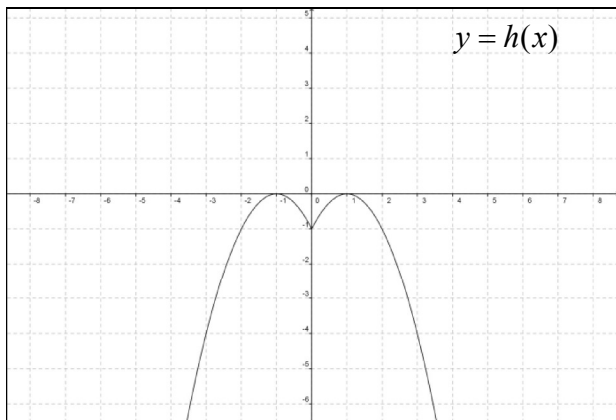
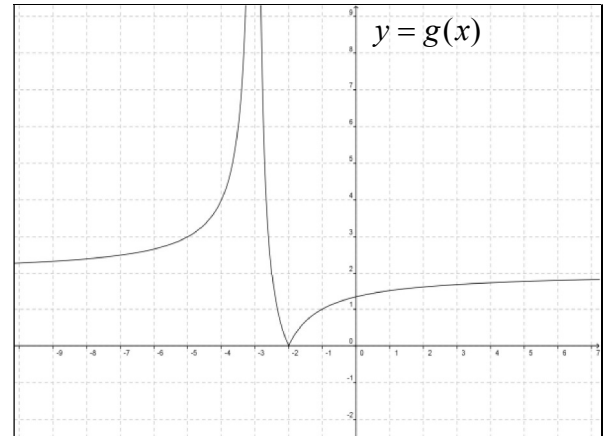
Date le funzioni reali di variabile reale di equazione $f(x) = \sqrt{x-4}$ e $g(x) = |x-3|$, determina l'espressione analitica della funzione $y = f(g(x))$. Rappresentala graficamente e ricava dominio e codominio (inteso come insieme delle immagini). Risolvi graficamente la disequazione $f(g(x)) > x-7$

Q3	Dati i punti $A(1;1)$ e $B(2;-2)$, scrivi l'equazione del luogo dei punti $P(x;y)$ per i quali vale la relazione $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 = 25$. Rappresenta graficamente tale luogo.
Q4	Determina, se esistono, i valori dei parametri reali p e q per i quali le due rette: $r: px - 2y - 1 = 0$ e $s: 6x - 4y - q = 0$ a) hanno esattamente un punto in comune; b) sono parallele e distinte; c) sono coincidenti.

Q5 Di ognuna delle funzioni reali di variabile reale rappresentate dai seguenti grafici determina:
- il dominio,
- il codominio (inteso come insieme delle immagini),
- gli intervalli in cui essa è crescente e quelli in cui è decrescente.
Stabilisci inoltre se sono invertibili nel loro insieme di definizione (dominio) motivando la risposta.



nota: la retta di equazione $y=2$ interseca il grafico di f in un solo punto



Durata della prova: 2 ore (8.15-10.15 in sede centrale; 8.05-10.05 in sede associata).
Indicare nella griglia seguente i problemi/quesiti svolti

Problema n° 1	Problema n°....			Quesito n°			Quesito n°		Quesito n°	
	P1	P2	P3	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	totale	voto
Punti	40	30	30	10	10	10	10	10	100	

Il punteggio viene attribuito in base alla correttezza e completezza della risoluzione dei vari quesiti, nonché alle caratteristiche dell'esposizione (chiarezza, ordine, struttura). **La sufficienza si ottiene con il punteggio minimo di 60/100**