LICEO SCIENTIFICO STATALE *"E.FERMI"*
SEDE: VIA MAZZINI, 172/2° - 40139 BOLOGNA
TELEFONO: 051/4298511 - FAX: 051/392318 - CODICE FISCALE: 80074870371
SEDE ASSOCIATA: VIA NAZIONALE TOSCANA, 1 - 40068 SAN LAZZARO DI SAVENA
TELEFONO: 051/470141 - FAX: 051/478966
E-MAIL: fermi@liceofermibo.net WEB-SITE: www.liceofermibo.net

PROVA COMUNE DI MATEMATICA A.S. 2011-2012 CLASSI TERZE di ordinamento

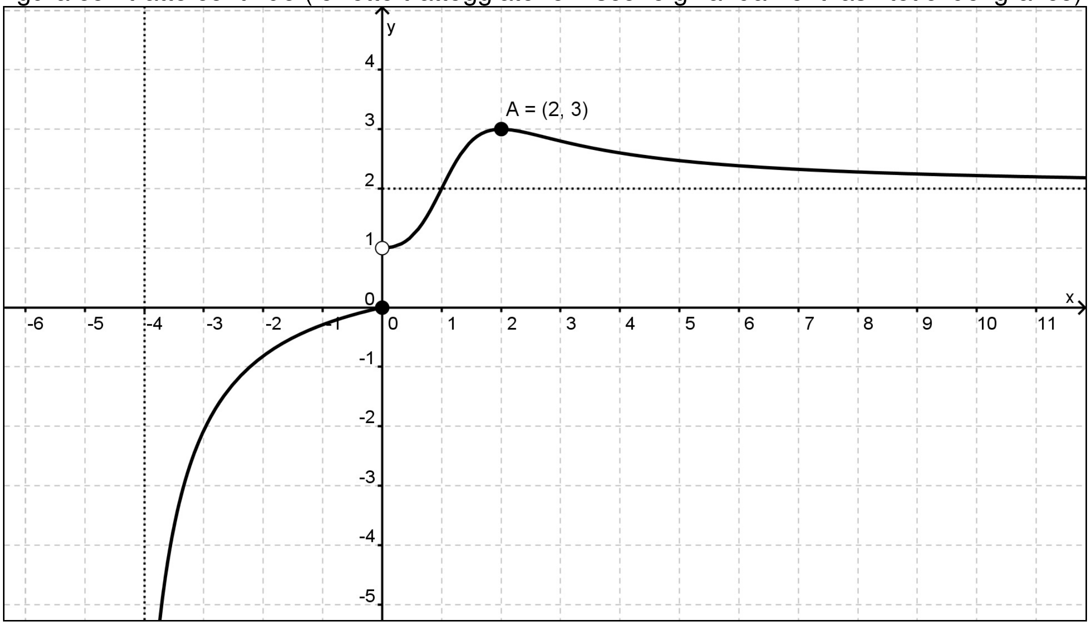
Nome e cognome ………………………………………... Classe: 3^ ….. (questo foglio va riconsegnato)

Il candidato svolga i 2 problemi e 3 quesiti a scelta fra i sei proposti.

PROBLEMI	
P1.	1. Fissato nel piano un sistema di riferimento cartesiano ortogonale e monometrico xOy, si scriva l'equazione della circonferenza Γ passante per il punto $Q(-1,3)$ e tangente nel punto $P(3,3)$ alla bisettrice di I e III quadrante. 2. Si calcolino le coordinate del centro C, il raggio e si rappresenti la circonferenza Γ. 3. Data la retta di equazione $y=k$, con $k\in\mathbb{R}$, per quali valori di k la retta interseca la circonferenza Γ? in corrispondenza di tali valori si determinino le coordinate dei punti A, B di intersezione tra la retta e la circonferenza. 4. Si determinino, se esistono, i valori di k tali che i triangoli isosceli ABD, di base AB e inscritti nella circonferenza, abbiano altezza uguale a 3.
P2.	1. Si fornisca la definizione di parabola come luogo di punti e, fissato nel piano un sistema di riferimento cartesiano ortogonale e monometrico xOy, si utilizzi la definizione precedente per scrivere l'equazione della parabola γ avente il fuoco in $F\left(-2,\frac{3}{4}\right)$ e quale direttrice la retta di equazione $y=\frac{5}{4}$. 2. Dopo aver ottenuto al punto precedente che γ è descritta dall'equazione $y=-x^2-4x-3$, si determinino le coordinate del vertice V, l'equazione dell'asse di simmetria, le intersezioni con gli assi coordinati e si rappresenti la parabola γ. 3. Si consideri il punto $L(-1,4)$ e si trovino le equazioni delle rette tangenti t_1 e t_2 condotte da L alla parabola γ; si determinino anche le coordinate dei punti di tangenza T_1 e T_2. 4. Si individuino, se esistono, i punti P sulla parabola γ tali che l'area del triangolo T_1PT_2 valga 10.

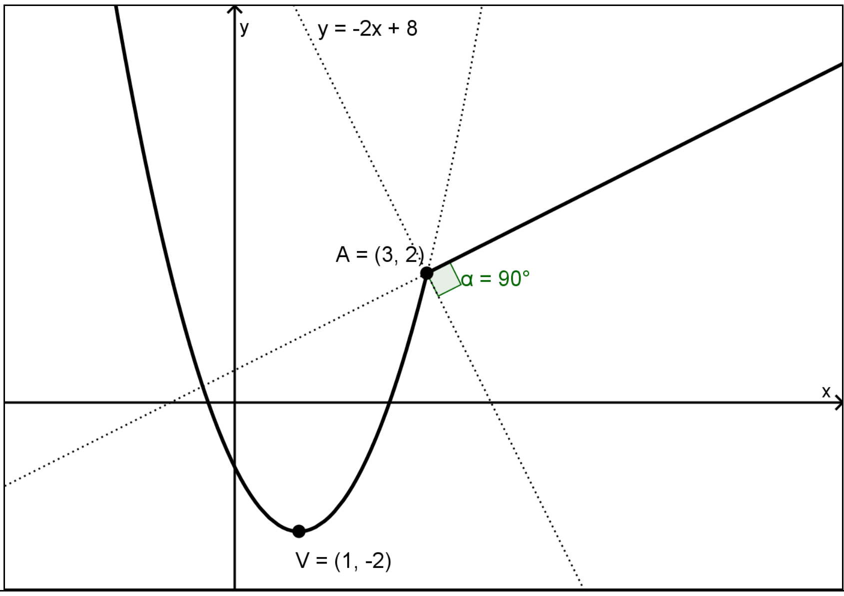
Q1	Si determini l'insieme S delle soluzioni della disequazione $\dfrac{\sqrt{x^2-2x}-x+1}{\lvert x^2-9\rvert}>0$.
Q2	Si rappresenti la curva ϕ grafico della funzione di equazione: $y=3-\sqrt{2x-4}$ e si determinino dominio e codominio della funzione.
Q3	Dato il fascio di rette di equazione: $(k-1)x+ky-4+k=0$, si determinino i valori del parametro reale k, se esistono, per i quali la retta del fascio: 1. è parallela all'asse x; 2. forma col verso positivo dell'asse x un angolo ottuso; 3. è perpendicolare alla retta s passante per i punti $A(-1,0)$ e $B(2,1)$.

Q4 Si consideri la funzione reale di variabile reale $\begin{aligned} f:\ & D \to \mathbb{R} \\ & x \mapsto y = f(x) \end{aligned}$ il cui grafico è riportato (parzialmente) in figura con tratto continuo (le rette tratteggiate forniscono gli andamenti asintotici del grafico).



1. Si individui il dominio D e il codominio C della funzione f.
2. La funzione è iniettiva? è suriettiva?
3. Quante soluzioni ha l'equazione $f(x) = \dfrac{5}{2}$? se tali soluzioni esistono, se ne dia una stima a meno di un'unità (ossia, per ciascuna soluzione si determini un intervallo di lunghezza al più 1 in cui essa giace).

Q5 Sfruttando esclusivamente le informazioni riportate in figura, si trovi l'equazione della funzione reale di variabile reale $y = f(x)$ il cui grafico è riportato (parzialmente) in figura con tratto continuo.



Q6 Fissato nel piano un sistema di riferimento cartesiano ortogonale e monometrico xOy, si rappresenti il luogo Σ dei punti descritto dall'equazione $(x^2 - xy)(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 + 1) = 0$. Si specifichi in modo assolutamente chiaro da quali punti è costituito Σ.

DURATA DELLA PROVA : 120'

P1	P2	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	TOT
max. 35	max.35	max.10	max.10	max.10	max.10	max.10	max.10	max.10	max.100

Il punteggio viene attribuito in base alla correttezza e completezza nella risoluzione dei vari quesiti, nonché alle caratteristiche dell'esposizione (chiarezza, ordine, struttura). Per la sufficienza è necessario ottenere un punteggio pari al 60% di quello totale (100 punti)