



Y577 – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO SPERIMENTALE - P.N.I.

Tema di: MATEMATICA

Nome del Candidato: _____					Classe _____
Problema n° _____	Quesito n° _____	Quesito n° _____	Quesito n° _____	Quesito n° _____	Quesito n° _____

*Il candidato risolva uno dei due problemi e 5 dei 10 quesiti del questionario*

**Problema 1**

Dopo aver individuato per quali valori del parametro reale  $m$  l'equazione  $y = \frac{2x+m}{x-2}$  rappresenta un'iperbole, determina il valore di  $m$  per cui il grafico  $L$  dell'iperbole passa per il punto  $P(1;-2)$  e tracciane il grafico.

Successivamente:

- indicato con  $t$  l'asintoto verticale del grafico di  $L$ , determina l'equazione della parabola  $p$  avente vertice su  $t$  e tangente a  $L$  nel suo vertice distinto dall'origine
- indicata con  $r$  la retta di equazione  $x=k$  ( $k$  reale), determina l'espressione della funzione  $y=f(k)$ , che esprime la distanza fra i punti di intersezione di  $r$  con  $L$  e  $p$
- Verificato che  $f(k) = \left| \frac{k^3 - 6k^2 + 32}{4(k-2)} \right|$ , studia l'andamento della funzione e tracciane il grafico, individuando eventuali punti di non derivabilità (tralasciare lo studio della derivata seconda)
- Calcola l'area della regione finita di piano delimitata dal grafico di  $f(k)$  e dagli assi cartesiani
- Verifica che non hanno area finita le due regioni di piano delimitate dal grafico di  $f(k)$ , dal suo asintoto verticale e dall'asse delle ascisse.

**Problema 2**

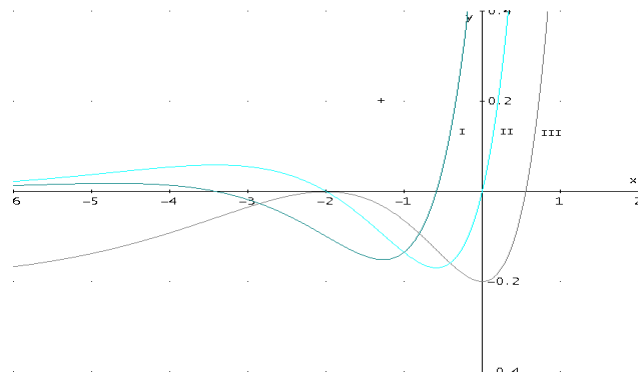
Nell'insieme delle funzioni  $f(x) = ax\sqrt{1-x^2} + bx^2 + c$ :

- si trovi la funzione  $f$  il cui grafico passa per il punto  $B(1;0)$  ed ha un massimo relativo nel punto  $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{1}{2}\right)$ .
- Dopo aver verificato che la funzione  $f$  si ottiene per  $a=1, b=0, c=0$ , si studi la funzione e se ne disegni il grafico  $\gamma$  analizzando gli eventuali punti di non derivabilità.
- Si tracci la retta per l'origine che interseca la curva  $\gamma$  nel punto  $P$  nella regione finita di piano  $S$  del primo quadrante delimitata dal grafico della funzione e dall'asse  $x$ ; detta  $Q$  la proiezione ortogonale di  $P$  sull'asse delle ascisse, si determini la retta per la quale l'area del triangolo  $OPQ$  è massima.
- Si calcoli l'area della regione finita di piano  $S$  delimitata nel primo quadrante dal grafico  $\gamma$  e dall'asse  $x$ . Successivamente, avvalendosi di un procedimento numerico studiato, si calcoli l'area approssimata di  $S$ .
- Si calcoli il volume del solido avente per base la regione  $S$ , e le cui sezioni ottenute tagliando la regione  $S$  con piani perpendicolari all'asse  $x$  sono rettangoli aventi la base doppia dell'altezza.

Questionario

1. Sia  $R$  la regione del piano delimitata dal grafico della funzione  $y = \frac{4}{x}$  e dall'asse  $x$  nell'intervallo  $1 \leq x \leq 4$ . Si trovi il volume del solido generato da  $R$  nella rotazione intorno alla retta  $y = -1$ .
2. Si determini, al variare di  $k$ , il numero delle soluzioni reali dell'equazione:  $x^3 - x^2 - 3k + 2 = 0$
3. Il coefficiente angolare della retta tangente al grafico della funzione  $y = f(x)$  è, in ogni punto  $P$ , uguale al quadruplo della radice cubica dell'ascissa di  $P$ . Si sa inoltre che la funzione passa per il punto  $A(-1;0)$ . Determina l'espressione analitica della funzione  $y = f(x)$ .
4. Si calcoli:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ x \left( 1 - e^{\frac{1}{x}} \right) \right]$
5. La capacità di una damigiana di vino è pari a quella del massimo cono circolare retto avente apotema di 50 cm. Si dica quanti litri di vino la damigiana può contenere.
6. Dopo aver enunciato il teorema di Lagrange, si determinino i valori dei parametri  $a, b \in \mathbb{R}$  per i quali la funzione
 
$$\begin{cases} \frac{3x-2a}{x+b} & 0 \leq x \leq 1 \\ e^{x-1} & 1 < x \leq 2 \end{cases}$$
 ne verifica le ipotesi nell'intervallo  $[0;2]$
7. Calcola  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\int_x^{x^2} 2f(t)dt}{x \operatorname{sen}(x-1)}$ , sapendo che  $f(1) = 4$
8. Verificato che l'equazione  $\cos x - \ln x = 0$  ammette una sola radice positiva compresa tra 1 e 2, se ne calcoli un'approssimazione a meno di 0,01, applicando uno dei metodi numerici studiati.
9. Si lancino due dadi. Qual è la probabilità che uno e solo uno dei due numeri sia 5?
10. Le curve riportate in figura rappresentano i grafici di una funzione  $f(x)$ , della sua derivata prima  $f'(x)$  e della sua derivata seconda  $f''(x)$ .

Stabilisci quale delle tre curve rappresenta il grafico di  $f$ , quale il grafico di  $f'$ , quale il grafico di  $f''$  (motivare adeguatamente la risposta)



Durata massima della prova: 5 ore.

È consentito l'uso della calcolatrice tascabile non programmabile e la consultazione del vocabolario di italiano.

Non è consentito uscire dall'aula prima che siano trascorse 2 ore dalla dettatura del tema

**SIMULAZIONE ESAME DI STATO PNI 2013 - GRIGLIA DI VALUTAZIONE DELLA SECONDA PROVA SCRITTA DI MATEMATICA**

CANDIDATO \_\_\_\_\_ CLASSE \_\_\_\_\_

VOTO \_\_\_\_/15

CITERI PER LA VALUTAZIONE	Problemi (Valore massimo attribuibile 75/150 per ognuno)		Quesiti (Valore massimo attribuibile 75/150 = 15x5)										P.T.	
	1	2	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10		
<b>CONOSCENZE</b> <i>Conoscenza di principi, teorie, concetti, termini, regole, procedure, metodi e tecniche</i>	___/20	___/20	/6	___/3	___/4	___/6	___/6	___/6	___/6	___/6	___/3	___/9	___/6	
<b>CAPACITA' LOGICHE ED ARGOMENTATIVE</b> <i>Organizzazione e utilizzazione di conoscenze e abilità per analizzare, scomporre, elaborare. Proprietà di linguaggio, comunicazione e commento della soluzione puntuali e logicamente rigorosi. Scelta di procedure ottimali e non standard.</i>	___/15	___/20	/3	___/6	___/8	___/3	___/3	___/3	___/3	___/3	___/4	___/6	___/6	
<b>CORRETTEZZA E CHIAREZZA DEGLI SVOLGIMENTI</b> <i>Correttezza nei calcoli, nell'applicazione di tecniche e procedure. Correttezza e precisione nell'esecuzione delle rappresentazioni geometriche e dei grafici.</i>	___/20	___/15	/6	___/3	___/3	___/6	___/6	___/6	___/6	___/6	___/5	___/	___/...	
<b>COMPLETEZZA</b> <i>Problema risolto in tutte le sue parti e risposte complete ai quesiti affrontati.</i>	___/20	___/20	___/...	___/3	___/...	___/...	___/...	___/...	___/...	___/...	___/3	___/...	___/3	
<b>Totali</b>														

**TABELLA DI CONVERSIONE DAL PUNTEGGIO GREZZO AL VOTO IN QUINDICESIMI**

<i>Punteggio</i>	0-3	4-10	11-18	19-26	27-34	35-43	44-53	54-63	64-74	75-85	86-97	98-109	110-123	124-137	138-150
<i>Voto</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15