



## Y577 – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

### CORSO ORDINAMENTO

### Tema di: MATEMATICA

Nome del Candidato: _____ Classe _____					
Problema n° _____	Quesito n° _____	Quesito n° _____	Quesito n° _____	Quesito n° _____	Quesito n° _____

*Il candidato risolve uno dei due problemi e 5 dei 10 quesiti del questionario*

#### **Problema 1**

Dopo aver individuato per quali valori del parametro reale  $m$  l'equazione  $y = \frac{2x+m}{x-2}$  rappresenta un'iperbole,

determina il valore di  $m$  per cui il grafico  $L$  dell'iperbole passa per il punto  $P(1;-2)$  e tracciane il grafico.

Successivamente:

- indicato con  $t$  l'asintoto verticale del grafico di  $L$ , determina l'equazione della parabola  $p$  avente vertice su  $t$  e tangente a  $L$  nel suo vertice distinto dall'origine
- indicata con  $r$  la retta di equazione  $x=k$  ( $k$  reale), determina l'espressione della funzione  $y=f(k)$ , che esprime la distanza fra i punti di intersezione di  $r$  con  $L$  e  $p$
- Verificato che  $f(k) = \left| \frac{k^3 - 6k^2 + 32}{4(k-2)} \right|$ , studia l'andamento della funzione e tracciane il grafico, individuando eventuali punti di non derivabilità (tralasciare lo studio della derivata seconda)
- Calcola l'area della regione finita di piano delimitata dal grafico di  $f(k)$  e dagli assi cartesiani
- Verifica che non hanno area finita le due regioni di piano delimitate dal grafico di  $f(k)$ , dal suo asintoto verticale e dall'asse delle ascisse.

#### **Problema 2**

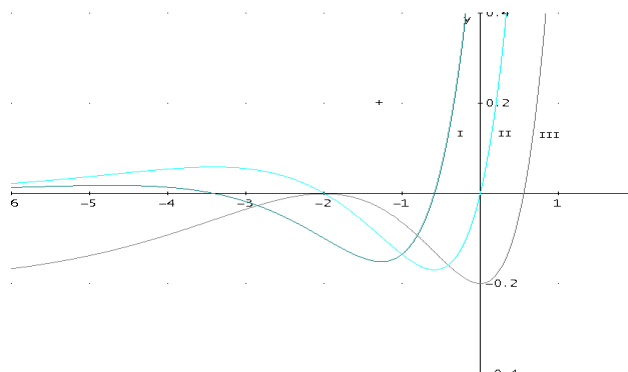
Nell'insieme delle funzioni  $f(x) = ax\sqrt{1-x^2} + bx^2 + c$ :

- si trovi la funzione  $f$  il cui grafico passa per il punto  $B(1;0)$  ed ha un massimo relativo nel punto  $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{1}{2}\right)$ .
- Dopo aver verificato che la funzione  $f$  si ottiene per  $a=1, b=0, c=0$ , si studi la funzione e se ne disegni il grafico  $\gamma$ , analizzando gli eventuali punti di non derivabilità.
- Si tracci la retta per l'origine che interseca la curva  $\gamma$  nel punto  $P$  nella regione finita di piano  $S$  del primo quadrante delimitata dal grafico della funzione e dall'asse  $x$ ; detta  $Q$  la proiezione ortogonale di  $P$  sull'asse delle ascisse, si determini la retta per la quale l'area del triangolo  $OPQ$  è massima.
- Si calcoli l'area della regione finita di piano  $S$  delimitata nel primo quadrante dal grafico  $\gamma$  e dall'asse  $x$ .
- Si calcoli il volume del solido ottenuto dalla rotazione completa della regione  $S$  attorno all'asse  $x$ .

## Questionario

1. È dato un tetraedro regolare di spigolo  $l$  e altezza  $h$ . Si determini l'ampiezza dell'angolo  $\alpha$  formato da  $l$  e da  $h$ .
2. Il coefficiente angolare della retta tangente al grafico della funzione  $y = f(x)$  è, in ogni punto  $P$ , uguale al quadruplo della radice cubica dell'ascissa  $P$ . Si sa inoltre che la funzione passa per il punto  $A(-1;0)$ . Determina l'espressione analitica della funzione  $y = f(x)$ .
3. Si calcoli:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ x \left( 1 - e^{\frac{1}{x}} \right) \right]$  di
4. Si determini, al variare di  $k$ , il numero delle soluzioni reali dell'equazione:  $x^3 - x^2 - 3k + 2 = 0$
5. La capacità di una damigiana di vino è pari a quella del massimo cono circolare retto di apotema  $50\text{cm}$ . Si dica quanti litri di vino la damigiana può contenere.
6. Dopo aver enunciato il teorema di Lagrange, si determinino i valori dei parametri  $a, b \in \mathbb{R}$  per i quali la funzione 
$$\begin{cases} \frac{3x-2a}{x+b} & 0 \leq x \leq 1 \\ e^{x-1} & 1 < x \leq 2 \end{cases}$$
 ne verifica le ipotesi nell'intervallo  $[0;2]$
7. Si calcoli  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{2x} \cos t^2 dt}{x^5}$
8. Quale significato attribuisce al simbolo  $\binom{n}{k}$ ? Esiste un  $k$  tale che  $\binom{10}{k} = \binom{10}{k-2}$ ?
9. Considera la funzione  $f(x) = x - \sqrt{x}$ . Determina per quale valore di  $k$  il suo valor medio nell'intervallo  $[0;k]$  con  $k > 0$  è uguale a  $\frac{2}{3}$ .

10. Le curve riportate in figura rappresentano i grafici di una funzione  $f(x)$ , della sua derivata prima  $f'(x)$  e della sua derivata seconda  $f''(x)$ . Stabilisci quale delle tre curve rappresenta il grafico di  $f$ , quale il grafico di  $f'$ , quale il grafico di  $f''$  (motivare adeguatamente la risposta)



Durata massima della prova: 5 ore.

È consentito l'uso della calcolatrice tascabile non programmabile e la consultazione del vocabolario di italiano.

Non è consentito uscire dall'aula prima che siano trascorse 2 ore dalla dettatura del tema

**SIMULAZIONE ESAME DI STATO ORDINAMENTO 2013 - GRIGLIA DI VALUTAZIONE DELLA SECONDA PROVA SCRITTA DI MATEMATICA**

CANDIDATO \_\_\_\_\_ CLASSE \_\_\_\_\_

VOTO \_\_\_\_\_/15

CITERI PER LA VALUTAZIONE	Problemi (Valore massimo attribuibile 75/150 per ognuno)		Quesiti (Valore massimo attribuibile 75/150 = 15x5)										P.T.	
	1	2	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10		
<b>CONOSCENZE</b> <i>Conoscenza di principi, teorie, concetti, termini, regole, procedure, metodi e tecniche</i>	___/20	___/20	/6	___/4	___/6	___/3	___/6	___/6	___/6	___/6	___/9	___/6	___/6	
<b>CAPACITA' LOGICHE ED ARGOMENTATIVE</b> <i>Organizzazione e utilizzazione di conoscenze e abilità per analizzare, scomporre, elaborare. Proprietà di linguaggio, comunicazione e commento della soluzione puntuali e logicamente rigorosi. Scelta di procedure ottimali e non standard.</i>	___/15	___/20	/3	___/8	___/3	___/6	___/3	___/3	___/3	___/3	___/6	___/3	___/6	
<b>CORRETTEZZA E CHIAREZZA DEGLI SVOLGIMENTI</b> <i>Correttezza nei calcoli, nell'applicazione di tecniche e procedure. Correttezza e precisione nell'esecuzione delle rappresentazioni geometriche e dei grafici.</i>	___/20	___/15	/6	___/3	___/6	___/3	___/6	___/6	___/6	___/6	___/3	___/6	___/	
<b>COMPLETEZZA</b> <i>Problema risolto in tutte le sue parti e risposte complete ai quesiti affrontati.</i>	___/20	___/20	___/...	___/...	___/...	___/3	___/...	___/...	___/...	___/...	___/...	___/...	___/3	
<b>Totali</b>														

**TABELLA DI CONVERSIONE DAL PUNTEGGIO GREZZO AL VOTO IN QUINDICESIMI**

<i>Punteggio</i>	0-3	4-10	11-18	19-26	27-34	35-43	44-53	54-63	64-74	75-85	86-97	98-109	110-123	124-137	138-150
<i>Voto</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15