LICEO SCIENTIFICO STATALE
"ENRICO FERMI"
VIA MAZZINI n.172/2°- 40139 BOLOGNA

M557 - ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
A.S. 2007-2008
SIMULAZIONE DELLA SECONDA PROVA SCRITTA
CORSO DI PNI

Tema di: MATEMATICA

Nome del Candidato:____Classe__________					
Problema n°_____	Quesito n°___	Quesito n°___	Quesito n°___	Quesito n°___	Quesito n°___

Il candidato risolva uno dei due problemi e 5 dei 10 quesiti in cui si articola il questionario.

PROBLEMA 1

Sia $f(x) = |x| \cdot (x+a) \cdot e^x$.

a) Determinare il valore del parametro reale a in modo che la funzione abbia un flesso nel punto di ascissa -1.

b) Verificato che la condizione relativa al primo quesito si verifica per $a = 1$, studiare in modo completo la funzione corrispondente e tracciarne il grafico in un sistema cartesiano ortogonale xOy, individuando, in particolare i punti di non derivabilità.

c) Scrivere le equazioni delle rette tangenti a f(x) nel suo punto angoloso e determinare il rapporto R fra le aree dei due triangoli mistilinei individuati da tali tangenti e dal grafico di f(x) rispettivamente negli intervalli $[-1,0]$ e $[0,1]$.

d) Verificare che l'area della parte di piano delimitata dalla curva e dall'asse x, nel semipiano negativo delle ordinate, ha valore finito e calcolarne il valore.

PROBLEMA 2

Data la funzione reale a variabile reale

$$f(x) = \begin{cases} 2x(1-\log x) & per \quad x>0 \\ 0 & per \quad x=0 \end{cases}$$

a) tracciare il grafico Λ di $f(x)$, con particolare riguardo a continuità e derivabilità in O;

b) data la trasformazione τ di equazioni $\begin{cases} X = -\dfrac{1}{e^2}x \\ Y = \dfrac{1}{e^2}y \end{cases}$, stabilire la natura della trasformazione e determinare la curva Λ_1 trasformata di Λ mediante la trasformazione τ;

c) calcolare l'area della regione piana S delimitata da Λ e dall'asse x;

d) calcolare l'area della regione piana delimitata da Λ_1 e dall'asse x;

e) calcolare il volume del solido ottenuto c dalla rotazione completa di S attorno all'asse x.

Durata massima della prova: 5 ore.
È consentito soltanto l'uso di calcolatrici non programmabili.
Non è consentito lasciare l'aula prima che siano trascorse 2 ore dalla consegna del tema.

QUESTIONARIO

1. Fra le funzioni aventi $y'' = -\cos x - 2\sin(2x)$ individuare quella che nel suo punto $P\left(\frac{\pi}{2};0\right)$ ha come retta tangente $y = -2x + \pi$.

2. Dimostrare che la funzione $f(x) = x^3 - x + q$ ammette almeno uno zero $\forall q \in \Re$ .Determinare poi per quali valori del parametro $q \in R$ la funzione ammette soltanto uno zero.

3. Un cono retto è circoscritto ad una sfera di raggio *r*. Esprimere il volume del cono in funzione del raggio di base *x* e determinare i valori di *x* per i quali il volume è massimo.

4. Dire se coincidono le funzioni $f(x) = 5^{2+\log_5 x}$ e $g(x) = 25x$ motivando adeguatamente la risposta.

5. Una pallina si muove lungo una retta (asse *y*) seguendo la legge oraria $y(t) = 2\cos(\omega t + \varphi)$ dove t rappresenta il tempo (misurato in secondi) e ω e φ sono costanti (con $-\pi < \varphi < 0, \quad 0 < \omega < \pi$).

a) Determinare il valore delle costanti ω e φ, sapendo che all'istante $t = 0$ la pallina si trova in $y = 1$ e all'istante $t = 1$ si trova in $y = 2$.

b) Calcolare la velocità e l'accelerazione della pallina e individuare gli intervalli nel primo periodo in cui la velocità è positiva.

6. Sapendo che $\int_0^1 f\left(\frac{x}{2}\right)dx = 5$ e $\int_0^2 f\left(\frac{x}{2}\right)dx = 7$, dire se è possibile calcolare $\int_{\frac{1}{2}}^1 f(x)dx$ e, *in caso affermativo*, calcolarlo.

7. È data l'affinità α di equazioni $\begin{cases} X = x - y \\ Y = 2x + y \end{cases}$:

a) stabilire se essa ammette rette unite e, in caso affermativo, determinarne l'equazione.

b) Determinare quindi la trasformata, mediante α, della conica di equazione $y = x^2$.

c) Scrivere l'equazione di $\alpha \circ \theta$, essendo θ l'omotetia di centro O e rapporto di omotetia 2.

8. La successione a_n ha termine generale $a_n = \frac{2^n - 3}{2}$. Verificare che si tratta di una successione crescente e divergente, e determinare il più piccolo valore di n per il quale risulta $a_n \geq 10^4$.

9. Dimostrare che l'equazione $2^x + x - 4 = 0$ ammette una sola soluzione e stabilirne una approssimazione, a meno di 10^{-1}, applicando uno dei metodi numerici studiati.

10. Tre macchine *A, B, C* producono, rispettivamente, il 30%, il 20%, il 50% della produzione complessiva di un certo pezzo. Le probabilità di produrre un pezzo difettoso sono stimate, rispettivamente, nel 5%, nel 4%, nel 3%. Prelevando un pezzo a caso nella produzione complessiva, quale è la probabilità che esso sia difettoso? E quale la probabilità che esso provenga dalla macchina *A*, una volta accertato che esso è difettoso?

■