

Liceo Scientifico "E. Fermi"  
Anno Scolastico 2006-2007

Prova relativa al debito di Matematica – Classi Quinte di PNI

1) Risolvi, nell'insieme  $\mathbb{R}$ , le seguenti equazioni e disequazioni che coinvolgono funzioni goniometriche:

a)  $2\cos^2 x + \cos(2x) = 2$

b)  $2\cos^2 x - 3\sin x \cos x + \sin^2 x \geq 0$

2) Risolvi, nell'insieme  $\mathbb{R}$ , le seguenti equazioni e disequazioni che coinvolgono funzioni esponenziali e logaritmiche:

a)  $\frac{1}{2}\text{Log}(x+8) - \text{Log}12 = 2\text{Log}5 - 2$

b)  $2^x - 2^{-x} > 3 \cdot (1 + 2^{-x})$

3) Stabilire i domini delle seguenti funzioni reali di una variabile reale:

a)  $y = \log_{x+2}(4-x^2)$

b)  $y = \text{tg}\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$

c)  $y = \arcsin(|x| - 2)$

4) E' assegnata la trasformazione  $\alpha$  definita dalle equazioni  $\begin{cases} X = 2x - 1 \\ Y = 2x - y \end{cases}$ .

Determinare la natura della trasformazione, i suoi elementi uniti (rette e punti), la trasformata mediante  $\alpha$  della circonferenza con centro nell'origine e raggio 1, e le equazioni della trasformazione  $\theta \circ \alpha$ , essendo  $\theta$  l'omotetia di centro O e rapporto 3.

5) Risolvere il sistema  $\begin{cases} x + 3y - z = 1 \\ 2x + 6y + 2z = 3 \end{cases}$ , illustrando i procedimenti svolti alla luce del teorema di Rouchè-Capelli.

6) In una circonferenza di raggio  $r$ , AB è una corda la cui lunghezza è uguale a quella del triangolo equilatero inscritto nella circonferenza. Determinare sul maggiore dei due archi di estremi A e B un punto P tale che risulti  $\overline{AP} + \overline{PB} = 3r$ . Si consiglia di utilizzare come incognita la misura dell'angolo PAB.

7) Dato il triangolo ABC, isoscele sulla base AC. L'altezza AH, relativa al lato BC misura  $a$ , e in relazione all'angolo alla base  $\alpha$ , è noto che  $\cos \alpha = \frac{12}{13}$ . Il triangolo è acutangolo? Calcolare le funzioni goniometriche seno e coseno degli angoli del triangolo e le misure dei lati.

Quesito	1	2	3	4	5	6	7
Punti	3+3	3+3	2+2+2	10	6	9	7

*Il punteggio viene attribuito in base alla correttezza e completezza nella risoluzione dei vari quesiti, nonché alle caratteristiche dell'esposizione (chiarezza, ordine, struttura).*