

Liceo Scientifico "E. Fermi"  
Anno Scolastico 2006-2007

Prova relativa al debito di Matematica - Classi Quarte di PNI

1) Risolvi le seguenti disequazioni nell'insieme  $\mathbb{R}$

a)  $\left| \frac{3x}{x+1} \right| < \frac{1}{2}$       b)  $1 + \sqrt{3+x^2} > 3x$       c)  $\frac{2x+1}{x^2-1} \geq \frac{1}{1-x} + \frac{x-3}{x^2-2x+1}$

2) Dato il fascio di rette di equazione  $(k-1) \cdot x + ky - 4 = 0$ , stabilire la natura del fascio e stabilire quindi se esistano valori di  $k$  tali che la retta corrispondente

- intersechi l'asse  $x$  in un punto distante 3 dall'origine degli assi;
- formi con il semiasse positivo dell'asse  $x$  un angolo acuto;
- abbia una distanza uguale a 2 dal punto  $P(1,1)$ ;
- risulti parallela all'asintoto dell'iperbole  $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{4} = 1$  avente coefficiente angolare positivo.

3) Disegnare il grafico della circonferenza  $\chi_1$  di equazione  $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$ , quindi:

- scrivere l'equazione del diametro parallelo alla bisettrice del secondo quadrante, e determinare le coordinate dei suoi estremi;
- stabilire se esiste una parallela alla bisettrice del primo quadrante che formi con la circonferenza una corda  $AB$  lunga 2;
- applicare alla circonferenza  $\chi_1$  la simmetria  $\sigma_{y=x}$ : in tal modo si ottiene la circonferenza  $\chi_2$ , di cui si chiede l'equazione;
- scrivere l'equazione del fascio che ha come generatrici  $\chi_1$  e  $\chi_2$ , e determinarne l'asse radicale.

4) Determinare l'equazione del luogo geometrico dei punti del piano equidistanti dal punto  $F\left(-\frac{35}{4}; -3\right)$  e dalla retta  $x = -\frac{37}{4}$ . Rappresentare il luogo  $\gamma$  rispetto ad un sistema di assi cartesiani ortogonali  $Oxy$ . Determinare le equazioni delle rette tangenti  $t_1$  e  $t_2$  condotte dal punto  $A\left(0; \frac{1}{4}\right)$  al grafico di  $\gamma$ . Detti  $B$  e  $C$  i punti di tangenza, determinare l'area del triangolo  $ABC$ .

Quesito	1	2	3	4
Punti	5+5+5	1+2+2+2+2	1+3+3+2+4	3+1+4+2+3

*Il punteggio viene attribuito in base alla correttezza e completezza nella risoluzione dei vari quesiti, nonché alle caratteristiche dell'esposizione (chiarezza, ordine, struttura).*