Ministero dell'Istruzione

Y577 – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO SPERIMENTALE - P.N.I.

Tema di: MATEMATICA

Il candidato risolva uno dei due problemi e 5 dei 10 quesiti del questionario

PROBLEMA 1

Data la funzione $f(x)=\begin{cases} e^x\left(x^2+x+a\right) & x<0 \\ \ln(e-x) & 0\le x<e \end{cases}$

a. Determina $a\in R$ in modo che la funzione $f(x)$ risulti continua nel suo campo di esistenza;

b. Studia il grafico Γ della funzione $f(x)$ ottenuta, individuando in particolare asintoti, massimi e minimi relativi e flessi e rappresenta

c. Studia il comportamento della $f(x)$ nel punto *x=0*, e calcola l'equazione della retta tangente a Γ in tale punto;

d. Determina l'area della regione di piano compresa tra Γ, l'asse delle ascisse e l'asse delle ordinate e che si trova a sinistra dell'asse *y*;

e. Avvalendoti di uno dei metodi di integrazione numerica studiati, calcola in modo approssimato $\int_0^1 f(x)dx$.

PROBLEMA 2

E' data la funzione di equazione : $f(x)=\dfrac{kx^2-1}{x^3}$.

a) Determinare i valori di k per cui la funzione ammette punti di massimo e minimo relativi.

b) Scrivere il luogo dei punti estremanti e rappresentarlo graficamente.

c) Individuare il valore di k per il quale la funzione ha, nel suo punto di ascissa $x=1$, tangente appartenente al fascio $y=2x+q$ e scrivere l'equazione di tale tangente.

d) Studiare e rappresentare la funzione γ individuata al punto c).

e) Indicare con A e F i punti di ascissa positiva in cui la funzione γ determinata ha , rispettivamente, ordinata nulla e un flesso; calcolare l'area S della parte di piano limitata dalla curva e dalla retta AF.

Questionario

1. Sia $f:[-a;a]\to R$, continua nell'intervallo $[-a;a]$, con $a > 0$. Mostrare che se $f(x)$ una funzione pari, allora risulta $\int_{-a}^{a} f(x)dx = 2\int_{0}^{a} f(x)dx$, mentre se $f(x)$ è una funzione dispari, allora $\int_{-a}^{a} f(x)dx = 0$.

2. Trova i coefficienti *a,b,c* della trasformazione $\begin{cases} x' = a\,x + b \\ y' = c\,y + d \end{cases}$ che ai punti $A(-1;-1)$ e $B(-3;1)$ fa corrispondere il punto $A'(2;1)$ e $B'(3;0)$ rispettivamente. Studia la trasformazione e determina i suoi elementi uniti.

3. La corrente che circola in un conduttore ha un'intensità $i(t) = 4e^{t} - te^{t^2}$. Come varia nel tempo la quantità di carica $q(t)$, sapendo che $q(0) = \frac{5}{2}$.

4. Dopo aver dimostrato che $f(x) = \ln(x+1) + arctgx$ è invertibile nel suo campo di esistenza, determina il coefficiente angolare della retta tangente alla curva $y = f^{-1}(x)$ nel suo punto $0\,(0;0)$, avendo indicato con $f^{-1}(x)$ la funzione inversa di $f(x)$.

5. Determina per quali valori del parametro $k \in R$ il sistema; $\begin{bmatrix} k & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ammette un'unica soluzione, e determinare tale soluzione nel caso in cui $k = 1$.

6. Calcola $\lim_{x\to+\infty} \frac{x + senx}{3x+1}$.

7. Una scatola contiene 3 pezzi difettosi e 7 pezzi non difettosi; si estraggono 2 pezzi a caso. Calcolare la probabilità che almeno uno di essi sia difettoso. Calcolare, inoltre, la probabilità che entrambi siano non difettosi, nell'ipotesi che il primo non sia difettoso.

8. Calcola, mediante il metodo di integrazione per parti, $\int e^{arcsenx} dx$.

9. Un cavo lungo 20 cm viene tagliato in due parti. Una delle due parti, lunga *x*, viene piegata a forma di circonferenza, l'altra a forma di quadrato. Stabilire per quale valore di *x* la somma delle due aree è minima.

10. Determinare quanti anagrammi si possono formare con le lettere della parola VEDERE e quanti di essi hanno le tre E disposte di seguito.